Federico Rodriguez Bravo

Algebra lineal

Ejercicios del libro de Bernard Kolman,sexta edicion

Tema: Rectas y Planos

3. Indique cuales de los siguientes puntos estan sobre la recta:

Lo que me dan: Estas tres rectas.

$$x = 3 + 2t$$
$$y = -2 + 3t$$
$$z = 4 - 3t$$

en el intervalo

$$(-\infty < t < \infty)$$

Me piden:Mirar que puntos estan sobre la recta y nos dan estas cuatro opciones.

(a)(1,1,1), (b)(1,-1,0), (c)(1,0,-2), (d)(4,-1/2, 5/2)

$$(a)(1,1,1),(b)(1,-1,0),(c)(1,0,-2),(d)(4,\frac{-1}{2},\frac{5}{2})$$

Proceso: Lo primero que se hace es poner la recta de forma parametrica para poder evaluar mejor cada punto que nos dan.

$$\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-4}{-3}$$

Luego se tiene que remplazar, en todas las variables con cada punto que tiene el vector que nos dan y por supuesto de tiene que dar el mismo escalar para que la ecuacion de arriba no se altere.

$$\frac{4-3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{-\frac{1}{2}+2}{3} = \frac{\frac{3}{2}}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\frac{5}{2}-4}{-3} = \frac{\frac{-3}{2}}{-3} = \frac{-3}{-6} = \frac{1}{2}$$

Es la (d)

Despues de reemplazar con los puntos se mira cual es el correcto.

T5.Muestre que una ecuacion para el plano que pasa por los puntos no colineales

$P_1(a_1,b_1,c_1), P_2(a_2,b_2,c_2), P_3(a_3,b_3,c_3)$ es

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ a_1 & b_1 & c_1 & 1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & 1 \\ a_3 & b_3 & c_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Para poder demostrar esto lo que vamos hacer es sacar los cofactores a esta matriz y asi su $\det(A) = 0$ para que se pueda demostrar.

$$x\begin{vmatrix} b_1 & c_1 & 1 \\ b_2 & c_2 & 1 \\ b_3 & c_3 & 1 \end{vmatrix} - y\begin{vmatrix} a_1 & c_1 & 1 \\ a_2 & c_2 & 1 \\ a_3 & c_3 & 1 \end{vmatrix} + z\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & 1 \\ a_2 & b_2 & 1 \\ a_3 & b_3 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

Ya que tenemos los cofactores sacamos el determinate de cada uno y operamos.

$$x\begin{vmatrix} b_1 & c_1 & 1 \\ b_2 & c_2 & 1 \\ b_3 & c_3 & 1 \\ b_1 & c_1 & 1 \\ b_2 & c_2 & 1 \end{vmatrix} = x(b_1c_21 + b_2c_31 + b_3c_11 - [b_2c_11 + b_1c_31 + b_3c_21]) =$$

$$x(b_1c_21 + b_2c_31 + b_3c_11 - b_2c_11 - b_1c_31 - b_3c_21)$$

$$y\begin{vmatrix} a_1 & c_1 & 1 \\ a_2 & c_2 & 1 \\ a_3 & c_3 & 1 \\ a_1 & c_1 & 1 \\ a_2 & c_2 & 1 \end{vmatrix} = y(a_1c_21 + a_2c_31 + a_3c_11 - [a_2c_11 + a_1c_31 + a_3c_21]) =$$

$$y(a_1c_21 + a_2c_31 + a_3c_11 - a_2c_11 - a_1c_31 - a_3c_21)$$

$$z\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & 1 \\ a_2 & b_2 & 1 \\ a_3 & b_3 & 1 \\ a_1 & b_1 & 1 \\ a_2 & b_2 & 1 \end{vmatrix} = z(a_1b_21 + a_2b_31 + a_3b_11 - [a_2b_11 + a_1b_31 + a_3b_21]) =$$

$$z(a_1b_21 + a_2b_31 + a_3b_11 - a_2b_11 - a_1b_31 - a_3b_21)$$

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} = (a_1b_2c_3 + a_2b_3c_1 + a_3b_1c_2 - [a_2b_1c_3 + a_1b_3c_2 + a_3b_2c_1]) =$$

$$(a_1b_2c_3 + a_2b_3c_1 + a_3b_1c_2 - a_2b_1c_3 - a_1b_3c_2 - a_3b_2c_1)$$

Luego operamos:

$$x(b_1c_21 + b_2c_31 + b_3c_11 - b_2c_11 - b_1c_31 - b_3c_21) -$$

$$y(a_1c_21 + a_2c_31 + a_3c_11 - a_2c_11 - a_1c_31 - a_3c_21) +$$

$$z(a_1b_21 + a_2b_31 + a_3b_11 - a_2b_11 - a_1b_31 - a_3b_21) -$$

$$(a_1b_2c_3 + a_2b_3c_1 + a_3b_1c_2 - a_2b_1c_3 - a_1b_3c_2 - a_3b_2c_1)$$

Nos da:

$x(b_1c_21 + b_2c_31 + b_3c_11 - b_2c_11 - b_1c_31 - b_3c_21) - y(a_1c_21 + a_2c_31 + a_3c_11 - a_2c_11 - a_1c_31 - a_3c_21) + z(a_1b_21 + a_2b_31 + a_3b_11 - a_2b_11 - a_1b_31 - a_3b_21) - (a_1b_2c_3 + a_2b_3c_1 + a_3b_1c_2 - a_2b_1c_3 - a_1b_3c_2 - a_3b_2c_1) = 0$

Si se cumple la demostracion seria verdadera sino seria falsa